

Capitolo 1

Guide ottiche

1.1. Guide ottiche planari.

1.1.1. Confinamento del campo

L'energia trasportata da un'onda elettromagnetica (radiazione elettromagnetica) può essere confinata nello spazio facendo uso di opportune strutture dielettriche dette guide d'onda. Si dicono guide ottiche se le frequenze sono dell'ordine del terahertz.

Tali strutture consentono di guidare la propagazione della radiazione e costituiscono uno degli elementi di base per la realizzazione di circuiti ottici integrati. Le dimensioni delle guide sono inferiormente limitate dalla lunghezza d'onda della radiazione stessa. La più semplice struttura guidante è costituita dalla sovrapposizione di 3 mezzi dielettrici distinti, omogenei, lineari ed isotropi, come si mostra in figura 1.1.

Lo strato superiore (coprente) ha indice di rifrazione n_c , lo strato intermedio (film guidante) di spessore T ha indice n_f , mentre n_s è l'indice di rifrazione del dielettrico inferiore (substrato); tipicamente si avrà $n_f > n_s > n_c$. Si mostra pure il sistema di assi cartesiani al quale si farà riferimento nel seguito di questo capitolo, ove non sia diversamente indicato; la propagazione avviene lungo la direzione z , x è l'asse ortogonale alle interfacce piane fra i dielettrici e la struttura raffigurata è uniforme lungo y e lungo z .

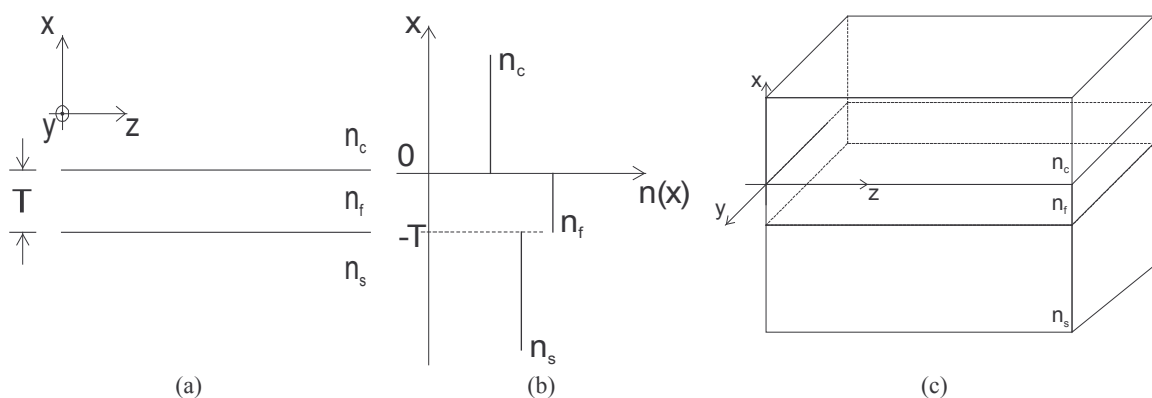


Figura 1.1: Guida dielettrica planare con indice a gradino

La geometria descritta, detta guida planare con indice a gradino (*step-index*) visto l'andamento dell'indice con la coordinata x evidenziato nella figura 1.1(b), permette la propagazione del campo elettromagnetico secondo diverse configurazioni o "modi". Si hanno modi guidati nei quali il flusso di potenza è diretto nel verso dell'asse z con

densità di energia elevata nello strato guidante e campo che si attenua rapidamente al di fuori dello stesso (campi evanescenti). Sono pure possibili distribuzioni nelle quali la radiazione non è confinata nel film guidante, “fuggendo” verso lo strato coprente ed il substrato o essendo trasmessa verso il solo substrato; sono i modi di radiazione verso lo strato coprente e verso il substrato (*substrate-clad radiation modes*) e modi di radiazione di substrato (*substrate radiation modes*).

Essa non è l'unica guida dielettrica in grado di confinare la radiazione. Una struttura dielettrica di profilo d'indice più complesso può confinare il campo in corrispondenza delle regioni di un mezzo non omogeneo nelle quali l'indice di rifrazione assume valori più elevati che nelle immediate vicinanze. In ogni caso l'entità dell'incremento dell'indice e l'estensione della regione di innalzamento di questo, tipicamente confrontabile con la lunghezza d'onda λ della radiazione, individuano un valore critico di λ al di sopra del quale non si possono avere l'azione confinante e l'effetto guidante.

Nelle figura 1.2(a) e 1.2(b) si riportano tipici profili di indice di guide (planari) ad indice graduale (*graded index*), sebbene per quanto detto la distinzione di queste dalle guide con indice a gradino appaia puramente di convenienza. In (a) si mostra una guida superficiale nella quale lo strato coprente è essenziale per il confinamento, mentre in (b) si mostra una guida sepolta nella quale la radiazione è confinata pressoché interamente in un'unica regione dielettrica, sebbene non uniforme. Il salto d'indice $\Delta n = n_f - n_s$ ottenibile con le tecnologie di realizzazione di guide a profilo graduale [Nishihara, 1989] è dell'ordine dei centesimi di n_s , ed è questo il caso delle guide sulle quali si sono condotti i rilievi sperimentali descritti nel seguito di questa tesi. Si ritornerà con più dettaglio su questo punto nel capitolo descrittivo del materiale e delle tecnologie impiegate.

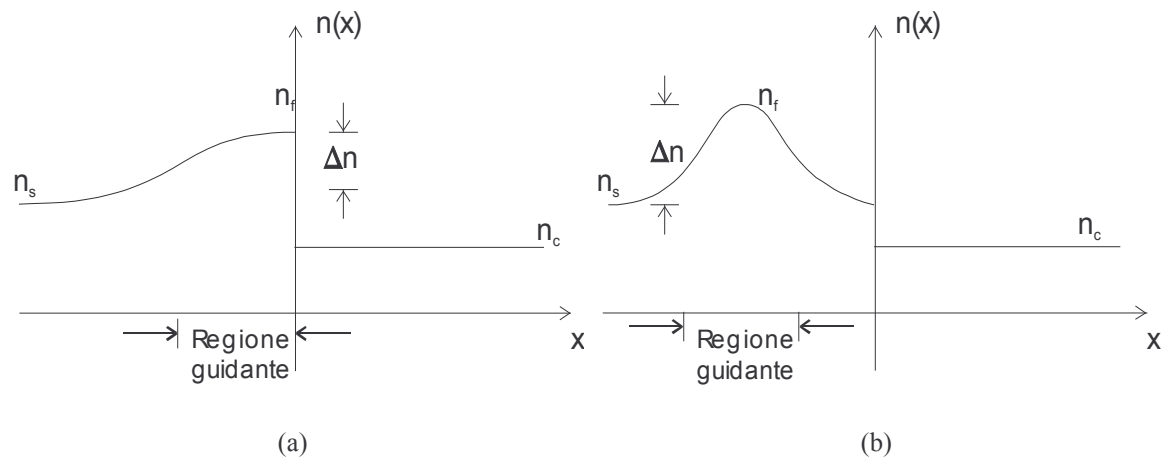


Figura 1.2: Profili d'indice di guide dielettriche a profilo graduale, (a) superficiale, (b) sepolta.

1.1.2. Cenni di teoria elettromagnetica delle guide dielettriche planari

Il campo elettromagnetico, in regime sinusoidale di pulsazione ω , in un dielettrico lineare, isotropo, non omogeneo, soddisfa le equazioni:

$$\nabla \times \mathbf{E} = -j\omega\mu_0 \mathbf{H} \quad (1.1a)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = j\omega\epsilon_0 n^2(\mathbf{r})\mathbf{E} \quad (1.1b)$$

nelle quali la dipendenza dell'indice $n(\mathbf{r}) \equiv \sqrt{\epsilon_r(\mathbf{r})}$ dalla posizione è rappresentativo della non uniformità del mezzo. Nelle precedenti μ_0 è la permeabilità magnetica del vuoto, avendo assunto il mezzo non magnetico, ϵ_0 è la permittività dielettrica del vuoto, ϵ_r è la costante dielettrica del mezzo.

Le precedenti possono essere combinate:

$$\nabla^2 \mathbf{E} + k_0^2 n^2(\mathbf{r})\mathbf{E} = -2\nabla\left(\frac{\nabla n}{n} \cdot \mathbf{E}\right) \quad (1.2a)$$

$$\nabla^2 \mathbf{H} + k_0^2 n^2(\mathbf{r})\mathbf{H} = -2j\omega\epsilon_0 n(\mathbf{r})(\nabla n(\mathbf{r}) \times \mathbf{E}) \quad (1.2b)$$

I termini a secondo membro delle (1.2) risultano trascurabili nelle situazioni di interesse per le lente variazioni dell'indice nello spazio rispetto alle variazioni dei campi. Pertanto i campi \mathbf{E} ed \mathbf{H} soddisfano le equazioni di Helmholtz:

$$\nabla^2 \mathbf{E} + k_0^2 n^2(\mathbf{r})\mathbf{E} = \mathbf{0} \quad (1.3a)$$

$$\nabla^2 \mathbf{H} + k_0^2 n^2(\mathbf{r})\mathbf{H} = \mathbf{0} \quad (1.3b)$$

Ritornando alle equazioni di partenza (1.1), si può assumere $n(\mathbf{r}) = n(x)$, cioè la dipendenza dell'indice dalla sola coordinata x , essendosi considerate strutture planari; l'uniformità della struttura lungo y e z suggerisce la ricerca di soluzioni delle (1.1) nella forma:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}(x)e^{-j\beta z} \quad (1.4a)$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}) = \mathbf{H}(x)e^{-j\beta z} \quad (1.4b)$$

con β costante di propagazione lungo z .

Le soluzioni nella forma (1.4) sono iscrivibili alle due categorie dei modi TE e modi TM. I modi TE hanno la sola componente E_y del campo elettrico \mathbf{E} non nulla, mentre i modi TM hanno la sola componente H_y di \mathbf{H} diversa da zero.

Avremo allora, per i **modi TE**:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}(x, z) = \mathbf{E}_y(x, z) = E_y(x)e^{-j\beta z} \hat{\mathbf{u}}_y \quad (1.5a)$$

$$\mathbf{H} = \sum_{i=x,y,z} \mathbf{H}_i(x, z) \hat{\mathbf{u}}_i = \sum_{i=x,y,z} H_i(x) e^{-j\beta z} \hat{\mathbf{u}}_i \quad (1.5b)$$

e la sostituzione nelle (1.1) porta alle relazioni:

$$\frac{d^2 E_y}{dx^2} + (k_0^2 n^2(x) - \beta^2) E_y = 0 \quad (1.6a)$$

$$H_x = -\frac{\beta}{\omega\mu_0} E_y \quad (1.6b)$$

$$H_z = \frac{j}{\omega\mu_0} \frac{dE_y}{dx} \quad (1.6c)$$

$$H_y = 0 \quad (1.6d)$$

Dualmente per i **modi TM**:

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}(x, z) = \mathbf{H}_y(x, z) = H_y(x) e^{-j\beta z} \hat{\mathbf{u}}_y \quad (1.7a)$$

$$\mathbf{E} = \sum_{i=x,y,z} \mathbf{E}_i(x, z) \hat{\mathbf{u}}_i = \sum_{i=x,y,z} E_i(x) e^{-j\beta z} \hat{\mathbf{u}}_i \quad (1.7b)$$

con le quali la sostituzione nella (1.1) fornisce:

$$\frac{d^2 H_y}{dx^2} + (k_0^2 n^2(x) - \beta^2) H_y = \frac{2}{n} \frac{dn}{dx} \frac{dH_y}{dx} \quad (1.8a)$$

$$E_x = -\frac{\beta}{\omega\epsilon_0 n^2(x)} H_y \quad (1.8b)$$

$$E_z = \frac{1}{j\omega\epsilon_0 n^2(x)} \frac{dH_y}{dx} \quad (1.8c)$$

$$E_y = 0 \quad (1.8d)$$

Si può trascurare nella (1.8a) il secondo membro, essendo questa la stessa approssimazione indicata a proposito delle (1.2).

Le componenti lungo y soddisfano dei problemi agli autovalori. Soluzioni di tali problemi con campi confinati, soddisfacenti pure le condizioni al contorno, si possono trovare soltanto se $n(x)$ presenta un massimo locale, e in tal caso solo per valori discreti della costante di propagazione β . Si pone la definizione di indice efficace:

$$\beta = k_0 N \quad (1.9)$$

Nota la costante di propagazione β , l'integrazione delle (1.6a) e (1.8a) consente di determinare i profili dei campi (autofunzioni) corrispondenti al fissato autovalore. Le soluzioni così determinate, corrispondenti allo spettro discreto di autovalori β , sono i modi guidati della guida; essi sono ordinati secondo valori decrescenti di β (N) e si parla di modi TE (TM) di ordine $0, 1, 2, \dots$, indicati con TE_m (TM_m), dove m è l'ordine del modo. Gli indici efficaci dei modi confinati risultano compresi fra i valori minimo e massimo dell'indice di rifrazione del profilo confinante:

$$n_c < n_s < N < n_f \quad (1.10)$$

essendo gli specifici valori caratteristici del profilo d'indice.

L'ordine del modo fornisce il numero di nodi o punti di annullamento delle componenti di campo lungo y .

Il campo in una guida planare sarà in generale dato dalla sovrapposizione di modi guidati (β discreti) e di modi di radiazione (con spettro continuo); ai fini delle applicazioni soltanto i primi risultano di interesse, non potendo gli altri confinare il flusso di energia nella guida.

L'espressione delle componenti dei campi lungo la direzione y è naturalmente indeterminata a meno di una costante; l'imposizione di una opportuna condizione di normalizzazione consente di determinare le autofunzioni normalizzate $e_y(x)$ ed $h_y(x)$, dette funzioni modali, ed esplicitare le ampiezze, ponendo dunque, per modi TE e per modi TM:

$$E_y(x) = E_0 e_y(x) \qquad H_y(x) = H_0 h_y(x) \qquad (1.11)$$

In particolare può richiedersi, per la normalizzazione:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e_y^2(x) dx = 1 \qquad \int_{-\infty}^{+\infty} h_y^2(x) dx = 1 \qquad (1.12)$$

Le funzioni modali godono pure di un'altra importante proprietà: considerando modi TE, se $e_y^{(1)}(x)$ ed $e_y^{(2)}(x)$ sono autofunzioni relative a due autovalori β_1 e β_2 distinti, risulta:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e_y^{(1)}(x) e_y^{(2)}(x) dx = 0 \qquad (1.13)$$

Più in generale la (1.13) vale per qualunque coppia di autofunzioni relative ad autovalori distinti.

La (1.13) è la proprietà di ortogonalità delle soluzioni delle equazioni (1.6a) ed (1.8a). Con la condizione di normalizzazione le $e_y(x)$ ed $h_y(x)$ costituiscono dunque un insieme di funzioni ortonormali. La (1.13) si rivelerà utile nello studio della generazione di seconda armonica nelle guide ottiche.

1.1.3. Guide con indice a gradino

La trattazione della guida a gradino d'indice può condursi fino a determinare, in forma esatta, il profilo dei campi nelle tre regioni evidenziate in figura 1.1 sia per modi TE che per modi TM. Le equazioni (1.6a) ed (1.8a) infatti si semplificano vista l'assenza, in ciascuno dei tre dielettrici, della dipendenza dell'indice dalla coordinata x , riducendosi ad una equazione di cui si valutano le soluzioni in forma chiusa. L'imposizione delle condizioni di continuità dei campi tangenti alle interfacce fra i mezzi porta ad una coppia di equazioni trascendenti che consentono di determinare gli indici efficaci dei modi in propagazione (se presenti). Mi limito a riportare l'espressione normalizzata dell'equazione agli autovalori per modi TE in modo da evidenziare alcune peculiarità della propagazione guidata nelle guide planari:

$$V\sqrt{1-b_E} = (m+1)\pi - \operatorname{arctg}\sqrt{\frac{1-b_E}{b_E}} - \operatorname{arctg}\sqrt{\frac{1-b_E}{b_E+a_E}} \quad m = 0,1,2,\dots \quad (1.14)$$

nella quale figurano i parametri:

$$\begin{aligned} \text{frequenza normalizzata} & \quad V = k_0 T \sqrt{n_f^2 - n_s^2} \\ \text{indice efficace normalizzato} & \quad b_E = \frac{N^2 - n_s^2}{n_f^2 - n_s^2} \\ \text{fattore di asimmetria} & \quad a_E = \frac{n_s^2 - n_c^2}{n_f^2 - n_s^2} \end{aligned}$$

Fissati gli indici di rifrazione è fissata a_E ; per un dato spessore T della guida e per una data λ , cioè per una particolare frequenza normalizzata V la (1.9) ammette un numero finito (al peggio nullo) di soluzioni b_E , cioè indici efficaci dei modi.

Per ciascun modo con $m > 1$ esiste un valore minimo di V al di sotto del quale non si può avere la propagazione del modo stesso; data l'espressione di V ciò accade per valori di spessore T troppo piccoli, fissata λ , o per valori di λ superiori ad un valore critico, fissato T . Sono immediatamente reperibili in letteratura le curve ottenute dalla risoluzione numerica della (1.9), per esempio in [Nishihara, 1989].

Per quanto riguarda i profili dei campi dei modi TE, la componente E_y ha andamento esponenzialmente decrescente nello strato coprente e nel substrato (campo evanescente), oscillatorio nel film guidante. Si ha:

$$E_y(x) = \begin{cases} E_f \cos(\phi) e^{-\gamma_c x} & x > 0 \\ E_f \cos(k_x x + \phi) & -T < x < 0 \\ E_f \cos(-k_x T + \phi) e^{\gamma_s(x+T)} & x < -T \end{cases} \quad \begin{aligned} & (1.15a) \\ & (1.15b) \\ & (1.15c) \end{aligned}$$

dove:

$$\begin{aligned} k_x &= k_0 \sqrt{n_f^2 - N^2} & \operatorname{tg}(\phi) &= \frac{\gamma_c}{k_x} \\ \gamma_c &= k_0 \sqrt{N^2 - n_c^2} & \gamma_s &= k_0 \sqrt{N^2 - n_s^2} \end{aligned}$$

Le componenti di \mathbf{H} restano individuate dalle (1.6), ed è evidente nelle (1.15) l'indeterminazione dell'ampiezza E_f .

L'equazione agli autovalori per modi TM ha struttura simile alla (1.14) e l'andamento di H_y è del tutto analogo a quello di E_y .

Le espressioni in forma chiusa dei campi dei modi TE delle guide ad indice a gradino offrono pure lo spunto per un'interessante considerazione sul flusso di potenza attraverso una generica superficie di larghezza (y) unitaria e altezza (x) infinita:

$$P = -\frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} E_y(x) H_x(x) dx \quad (1.16)$$

Se E_f ed H_f sono le ampiezze modali, risulterà:

$$P = \frac{1}{2} E_f H_f T_{eff} \quad (1.17)$$

dove:

$$T_{eff} = \left(T + \frac{1}{\gamma_c} + \frac{1}{\gamma_s} \right) \quad (1.18)$$

prende il nome di spessore efficace della guida. La valutazione della (1.17), le cui dimensioni sono quelle di una potenza per unità di lunghezza, evidenzia che il flusso di energia è principalmente localizzato nel film guidante e nelle sue immediate vicinanze, in una regione di spessore pari a T_{eff} ; esclusivamente in questa zona infatti i campi hanno valori significativi, riducendosi rapidamente a zero nelle regioni sovrastante e sottostante.

1.1.4. Guide con profilo graduale

Il confinamento della radiazione ad opera di strutture con indice graduale non evidenzia caratteristiche salienti rispetto al caso già esaminato; sono però inevitabili la maggiore complessità dello studio analitico e la difficoltà, salvo casi sporadici, di valutare in maniera esatta gli indici efficaci ed i profili dei campi modali, rendendosi necessario il ricorso a metodi di risoluzione numerica.

Sono consolidati due approcci semplificati allo studio delle guide a profilo graduale, particolarmente utili in fase di progetto (dimensionamento) di guide ottiche; si tratta del metodo dei raggi e del metodo WKB.

Il metodo dei raggi, al quale si fa cenno nel seguito, consente di determinare abbastanza facilmente l'equazione agli autovalori per guide a profilo graduale, mentre il metodo WKB fornisce un'espressione approssimata dell'andamento dei campi della guida in esame.

Si consideri una guida superficiale a profilo d'indice graduale (fig. 1.3(a)); la propagazione dei raggi ha l'andamento tipico di figura (1.3b).

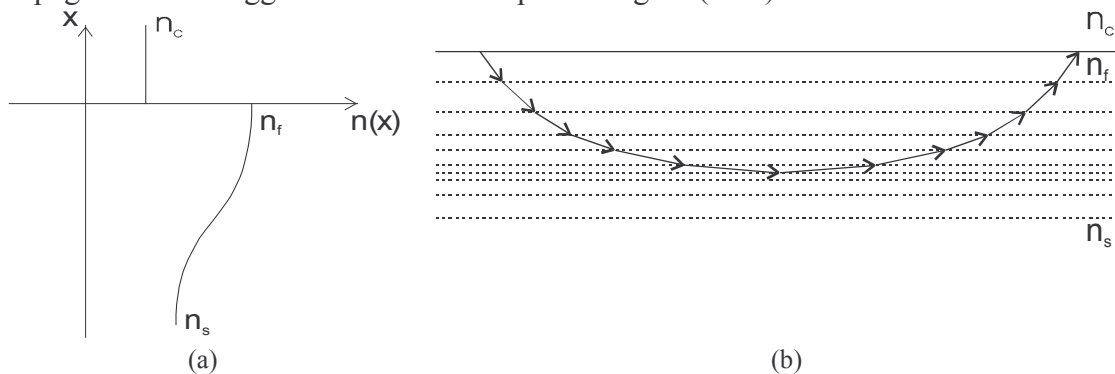


Figura 1.3: (a) guida superficiale a profilo graduale; (b) modello elementare dei raggi.

Nel generico tratto alla profondità x_i la variazione di fase si esprime in funzione del tratto Δx di propagazione lungo la direzione verticale mediante:

$$\phi_i = k_0 \sqrt{n^2(x_i) - N^2} \Delta x \quad (1.19)$$

e la componente lungo x dei raggi cambia segno alla profondità x_t (*turning point*, profondità di inversione) tale che:

$$k_0 n(x_t) = k_0 N \quad ; \quad n(x_t) = N$$

La “riflessione totale” in profondità introduce uno sfasamento Φ_s , mentre quella superficiale uno sfasamento Φ_c . La condizione di risonanza trasversa richiede che la somma degli sfasamenti sia pari ad un multiplo intero di 2π :

$$m2\pi = \phi_s + \phi_c + 2 \int_0^{x_t} k_0 \sqrt{n^2(x) - N^2} dx \quad (1.20)$$

A partire dalle equazioni di Fresnel si può mostrare che in superficie $\Phi_c \cong -\pi$, essendo l’incidenza pressoché radente visto il basso valore del salto d’indice, mentre alla riflessione in profondità $\Phi_s \cong -\pi/2$. Allora la (1.20) si riscrive:

$$2k_0 \int_0^{x_t} \sqrt{n^2(x) - N^2} dx = (2m + \frac{3}{2})\pi \quad (1.21)$$

Assumendo $n(x) = n_s + \Delta n \cdot f(\frac{x}{d})$ dove d è per convenzione tale che $f(1) = e^{-1}$, si ha

$$n^2(x) \cong n_s^2 + (n_f^2 - n_s^2) f(\frac{x}{d}) \quad (1.22)$$

e la (1.21) si riscrive in forma normalizzata, ponendo $\xi = x/d$:

$$2V_d \int_0^{\xi_t} \sqrt{f(\xi) - b} d\xi = (2m + \frac{3}{2})\pi \quad (1.23)$$

con $f(\xi_t) = b$ e $V_d = k_0 d \sqrt{n_f^2 - n_s^2}$.

Per una guida sepolta basta imporre $\Phi_c = \Phi_s \cong -\pi/2$, dunque:

$$2V_d \int_{\xi_{\text{inf}}}^{\xi_{\text{sup}}} \sqrt{f(\xi) - b} d\xi = (2m + 1)\pi \quad (1.24)$$

è l'equazione agli autovalori per una guida planare a profilo sepolto, dove ξ_{inf} e ξ_{sup} sono definiti da $f(\xi_{\text{inf}})=f(\xi_{\text{sup}})=b$. La determinazione di b dalle (1.23) e (1.24) è facilmente implementabile con metodo iterativo, nota la funzione $f(\xi)$.

La valutazione del profilo dei campi modali può condursi in maniera approssimata con il metodo WKB.

Sono oggi ampiamente disponibili le risorse di calcolo necessarie all'integrazione numerica delle equazioni del campo, mediante la quale è possibile la valutazione del profilo dei campi guidati in strutture con profili di indice arbitrari. Tale conoscenza è fondamentale per l'estrazione di informazioni utili nella valutazione dei rendimenti dei fenomeni non lineari di cui si dirà nel seguito, come, ad esempio, l'entità della "sovrapposizione" spaziale dei campi modali interagenti.

1.2. Guide dielettriche a canale

In una guida planare, la propagazione del campo nel piano della guida, trasversalmente alla direzione di propagazione dei fronti di fase (z), essendo essenzialmente libera, è caratterizzata da diffrazione. La struttura è infatti in grado di confinare la radiazione esclusivamente nella direzione x , mancando qualsiasi azione di contenimento lungo y . Se l'indice di rifrazione varia anche lungo y , manifestando un massimo locale nel piano (x,y) ortogonale alla direzione di propagazione z , il campo può essere confinato in entrambe le direzioni trasversali in strutture dette guide a canale.

La guida a canale l'elemento principale di interconnessione fra i diversi elementi di un sistema ottico integrato (sorgenti, rivelatori, etc.). Inoltre, dal punto di vista dei fenomeni non lineari, offre l'impagabile vantaggio di consentire il più alto grado di confinamento spaziale della potenza ottica per elevate distanze di propagazione, e dunque un elevato valore dei campi, condizione essenziale per la significativa manifestazione dei fenomeni di non linearità del mezzo che necessitano di campi confrontabili con quelli subatomici.

In analogia a quanto visto per le guide planari, non stupirà l'esistenza di una varietà di tipologie di guide a canale, fra le quali di interesse per questo studio sono quelle superficiali a profilo graduale e quelle "sepolte" nel substrato, rappresentate in fig. 1.4(a) e (b). Appartengono infatti a queste tipologie le guide a canale ottenibili in substrati di niobato di litio mediante i processi tecnologici di scambio protonico ed *annealing* (APE) e scambio protonico inverso (RPE), utilizzati per la realizzazione dei campioni oggetto dell'indagine sperimentale descritta in questo lavoro.

La propagazione dei campi nelle guide a canale è analoga al caso planare, con una rilevante differenza: l'impossibilità dell'esistenza di modi TE (TM) "puri" nelle guide dielettriche (questi sono invece possibili in guide d'onda a canale delimitate interamente da conduttori ideali); le componenti E_z ed H_z dei campi elettrico e magnetico devono essere necessariamente entrambe non nulle. I modi delle guide a canale sono comunque dei modi quasi trasversali, con una fra le due componenti E_y ed E_x dominante rispetto all'altra; sono detti modi ibridi e si classificano in quasi TE e quasi TM a seconda del prevalere rispettivamente di E_y o di E_x . Vengono indicati simbolicamente con le scritte

E_{pq}^y ed E_{pq}^x , dove p e q sono una coppia di interi che indicano il numero dei nodi della componente del campo rispettivamente nelle direzioni x ed y .

La determinazione analitica degli indici efficaci e dei profili dei campi è in generale molto complessa, e in molti casi pratici non abordabile; la risoluzione numerica riveste nel merito un ruolo da protagonista.

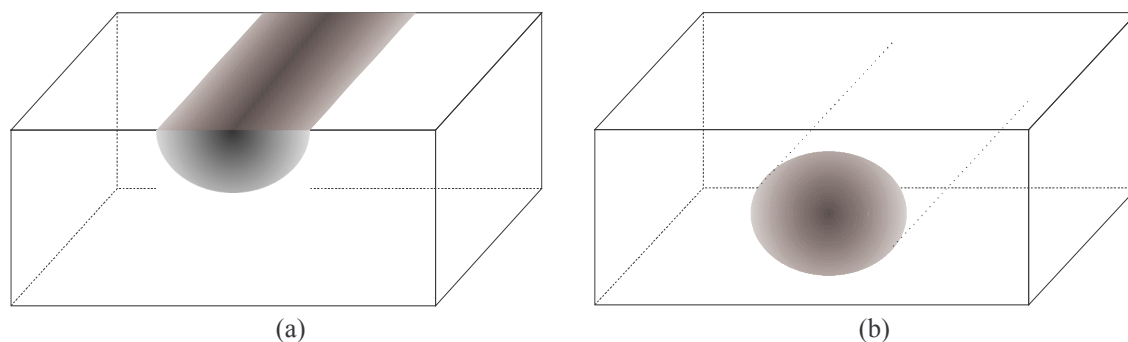


Figura 1.4: Guide a canale a profilo graduale superficiale (a) e sepolto (b). Le zone più “scure” sono quelle con indice più elevato.

1.3. Guide dielettriche in cristalli anisotropi

Le considerazioni fin qui esposte erano limitate al caso di guide in mezzi dielettrici isotropi.

Il niobato di litio, il materiale su cui sono realizzate le guide oggetto dello studio presente, è invece un cristallo anisotropo. Appare allora utile richiamare alcune nozioni sulla propagazione del campo in dielettrici di questo tipo, tipicamente solidi cristallini.

La permittività dielettrica di un cristallo anisotropo è tensoriale; il legame tra la polarizzazione ed il campo elettrico è fornito dalle espressioni:

$$\mathbf{P} = \varepsilon_0 \overline{\boldsymbol{\chi}} \cdot \mathbf{E} \quad ; \quad \mathbf{D} = \varepsilon_0 \overline{\boldsymbol{\varepsilon}}_r \cdot \mathbf{E} \quad (1.25)$$

Il momento di dipolo elettrico per unità di volume (polarizzazione), può dunque non essere allineato con il campo elettrico \mathbf{E} .

I cristalli con la proprietà enunciata si dicono anche birifrangenti, perché 2 fasci copropagantisi (stessa direzione dei fronti di fase), con polarizzazioni diverse, trasportano energia in direzioni diverse. I rispettivi vettori di Poynting non sono cioè, in generale, allineati. Esistono delle direzioni “privilegiate” di propagazione, dette assi ottici, in corrispondenza delle quali il fenomeno non si verifica.

E' sempre possibile trovare un sistema di riferimento in cui il tensore $\boldsymbol{\varepsilon}$ è di forma diagonale. Se i tre elementi diagonali sono tutti distinti il cristallo si dice birifrangente biassico, possedendo 2 assi ottici. Se due elementi coincidono e sono diversi dal terzo, il mezzo è uniassico, con un solo asse ottico.

Se si cerca una soluzione delle equazioni del campo nella forma di onda piana di ampiezza uniforme e con polarizzazione lineare, si dimostra che sono ammissibili solo

due direzioni di polarizzazione del campo elettrico, ortogonali fra loro. Si individuano cioè due autofunzioni a onda piana. Esse si propagano con costanti di fase distinte e dipendenti dalla direzione di propagazione. In generale non sono onde TEM e i vettori di Poynting (e dunque i flussi di potenza) non sono ortogonali ai fronti di fase.

Il riferimento cartesiano nel quale il tensore di permittività è di forma diagonale, individua la terna degli assi cristallografici. In tale riferimento si ha:

$$\underline{\underline{\epsilon}}_{\mathbf{r}} = \begin{bmatrix} \epsilon_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{33} \end{bmatrix}. \quad (1.26)$$

Si definiscono gli indici per le onde con polarizzazioni lungo gli assi: $n_i = \sqrt{\epsilon_{ii}}$ ed è utile considerare la superficie di equazione:

$$\frac{x^2}{n_1^2} + \frac{y^2}{n_2^2} + \frac{z^2}{n_3^2} = 1 \quad (1.27)$$

detta ellissoide degli indici.

Fissando la generica direzione di propagazione (\mathbf{k}) resta individuata la sezione normale di tale ellissoide: l'ellisse intersezione fra l'ellissoide ed il piano per l'origine ortogonale a \mathbf{k} . Gli assi di questa ellisse sono le direzioni dei vettori \mathbf{D} (induzione elettrica) delle due onde piane. Le lunghezze degli assi forniscono gli indici di rifrazione per le due onde.

Il caso dei cristalli uniassici è peculiare. L'ellissoide degli indici è di rivoluzione, convenzionalmente intorno all'asse z ; si assume cioè:

$$\epsilon_{33} \neq \epsilon_{11} = \epsilon_{22}. \quad (1.28)$$

Introducendo l'indice ordinario $n_o = \sqrt{\epsilon_{11}}$ e l'indice straordinario $n_e = \sqrt{\epsilon_{33}}$, per qualsivoglia direzione di propagazione una delle due onde piane possibili ha campo elettrico ortogonale al piano (z, \mathbf{k}) ed è TEM; si dice onda ordinaria e sperimenta l'indice di rifrazione ordinario, indipendentemente dalla direzione di propagazione fissata. L'altra onda invece ha campo elettrico nel piano (z, \mathbf{k}), non è TEM e sperimenta un indice dipendente dalla direzione, come può facilmente verificarsi con riferimento all'ellissoide degli indici. Essa. Se la sua direzione di propagazione è z , essa vede l'indice n_o , e le due onde, straordinaria ed ordinaria, sono "degeneri"; l'asse z è l'asse ottico del cristallo.

Si realizzano guide ottiche in cristalli birifrangenti. L'alterazione locale delle caratteristiche ottiche del cristallo è descrivibile mediante la dipendenza dalle coordinate spaziali del tensore di permittività.

Le autosoluzioni delle equazioni del campo sono nel caso generale estremamente complesse. La natura tensoriale del legame tra polarizzazione e campo e la distribuzione spaziale della permittività incrementano notevolmente la complessità del problema.

Sono possibili semplificazioni se il campo elettrico è polarizzato lungo uno degli assi principali del cristallo. Le equazioni dei campi si separano in equazioni scalari indipendenti per ciascuna componente. In corrispondenza delle regioni di incremento degli indici principali del cristallo si avrà il confinamento della radiazione in modi i cui andamenti sono ben approssimabili mediante le soluzioni del caso isotropo.

Nel caso di uniassici saranno così possibili modi ordinari e straordinari a seconda che il campo elettrico risulti polarizzato ortogonalmente o parallelamente all'asse ottico.

Con riferimento alla figura (1.1) si immagini la guida realizzata in un dielettrico uniassico, con asse ottico coincidente con l'asse x . Gli incrementi dell'indice ordinario (n_o) e straordinario (n_e) consentono il confinamento di modi "straordinari" TM con campo elettrico lungo l'asse ottico e di modi "ordinari" TE. Se l'asse ottico invece è in direzione y , si hanno ancora modi TE e TM, trattandosi però, in questo caso, di modi straordinari e ordinari, rispettivamente.